

## LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Conferencia del Prof. Gustavo Zorzoli,  
Sintetizada por las Maestras Mabel Ubal y Ma. Elena Mateo.

### Historia de la Geometría en la escuela.

Por mucho tiempo hubo dos instrumentos esenciales que permitieron a las personas que accedían a la educación poder educarse, los dos libros más editados en la historia de la civilización: la Biblia, con la que se aprendía a leer y escribir, y "Los elementos" de Euclides (siglo III a.C.), con los que se enseñaba a razonar.

Euclides, más que un creador, fue un compilador de la geometría existente hasta ese momento. Se ubica en Alejandría, la ciudad más importante de la época y la primera que fue construida como tal, en forma geométrica (de damero).

Esa geometría de Euclides es la que nuestros niños aprenden hoy en la escuela. No hay nada nuevo desde el punto de los contenidos, ni siquiera en Secundaria: todo estaba allí hace 23 siglos.

Este paradigma de enseñanza perduró hasta mediados del siglo pasado, cuando comienza a aparecer la escuela popular, se comienzan a producir transformaciones educativas y se siente la necesidad de contar con nuevos materiales.

Hasta ese momento, la enseñanza era personalizada: un tutor atendía dos o tres niños y luego la enseñanza continuaba en la Universidad.

Luego, las adaptaciones curriculares conservaron la enseñanza de la geometría, que estuvo muy presente hasta mediados del siglo XX. A partir de la década del 50 se le quitó importancia a la enseñanza de la geometría en la escuela primaria y comenzó una revolución en la educación: la reforma de la enseñanza de la matemática moderna, que incluyó la teoría de conjuntos.

A partir de 1960 comienza a verse un importante avance de esta teoría en toda Latinoamérica y, finalmente, nos encontramos con que a mediados de los 70 los educadores, especialmente en Europa, se dan cuenta de que esa reforma no sirvió, de que la teoría de conjuntos como base de toda la matemática no estaba permitiendo a los niños desarrollar competencias intelectuales, y comenzaron las primeras críticas: los niños habían perdido capacidades concretas, de modelización, de interpretación, de visualización. Entonces en Europa, a principios de los 80, se comienza a darle un pequeño lugar al estudio del espacio y de la geometría.

La geometría, aún hoy, no ha recuperado el lugar que reconocemos necesario. Así como le llevó 20 años desaparecer, le llevará también otros tantos volver a ocupar su lugar, un punto de equilibrio. Es un proceso de transformación lento, un proceso de formación para los nuevos docentes, que son productos de un modelo diferente de enseñar.

### **Desarrollo del pensamiento geométrico en los niños.**

Se ha estudiado la evolución del pensamiento geométrico en los niños de corta edad. Un autor, Holowey, clasificó este pensamiento atendiendo tres estadios: **el del espacio vivido, el del espacio percibido y el del espacio concebido.**

**Espacio vivido.** Es el que manejan los niños de corta edad, hasta los 3 ó 4 años. Es ese espacio que los niños recorren, tocan, palpan, sienten, y que generalmente está relacionado con espacios pequeños: el aula, los rincones, el estar debajo de la mesa.

**Espacio percibido.** Es la posibilidad que tienen los niños un poco mayores de comprender el espacio sólo por su percepción visual (recordemos que el 85 % de la información que recibimos es visual()). Es la posibilidad que tienen los chicos de recorrer el patio sin caminarlo, de decir que algo está lejos solo con verlo. A través de las diferentes edades se van a tener percepciones distintas, ya que éstas van ligadas al caudal de información que se va integrando.

**Espacio concebido.** Es el espacio que los niños van construyendo y está formado por todas las concepciones, imágenes, conceptos geométricos que les permiten ya no tener que tocar el espacio, no tener que verlo, sino simplemente imaginarlo,. En este estadio, el niño puede explicar un recorrido sin verlo.

Cuando un niño, para ir de un lugar a otro, necesita recorrerlo, está en la etapa del espacio vivido. Si necesita ver el recorrido, está en el espacio percibido. Cuando está en la etapa del espacio concebido, puede explicar un recorrido sin verlo.

## El espacio físico y el espacio geométrico.

Esta posibilidad de concebir el espacio está muy relacionada con el espacio físico.

Los matemáticos dicen que la geometría sirve para interpretar y modelizar el espacio físico. Los niños se apropian del espacio físico y luego los instrumentos que les da el espacio geométrico les permiten interpretarlo mejor, modelizarlo, actuar y moverse dentro de él.

Debemos tener en cuenta que la matemática no es la única ciencia que estudia el espacio físico: la geografía enseña y explica ese espacio físico, pero con distintos instrumentos.

## En matemática un instrumento valioso es la modelización.

Cuando hablamos de modelizar, generalmente nos referimos a encontrar modelos relacionados con determinados conceptos. En matemática, a veces viene primero el problema real y la matemática aporta ciertos conceptos que permiten explicar esa realidad. Pero otras veces viene primero el modelo matemático y luego ese modelo se encuentra plasmado en la realidad.

Esto ha pasado a lo largo de toda la historia de la matemática.

La geometría ha tenido tres semilleros, tres lugares desde donde se ha desarrollado:

- ♦ En Egipto y en Mesopotamia los antiguos pensadores tuvieron que resolver problemas netamente prácticos (la división de las tierras, formar parcelas iguales, crear instrumentos para trazar ángulos rectos en un espacio grande). En estos ejemplos vemos que la geometría sirve para solucionar problemas prácticos, y este hecho es trasladable a la enseñanza.
- ♦ Otro semillero de la geometría son las preguntas que se formulan desde las otras ciencias o disciplinas (química, física, economía, biología, astronomía, psicología). Recurren a la matemática como instrumento de modelización. En el Renacimiento surgió así una gran cantidad de conceptos matemáticos con Copérnico, Galileo, Newton.
- ♦ El tercer semillero es la propia matemática, las preguntas que sólo tienen sentido dentro de ella. La matemática no siempre debe responder a una demanda exterior. Hay cuestiones geométricas que se deben desarrollar, que sólo tienen que ver con el futuro.

## El espacio geométrico en relación con el individuo.

Los didactas franceses comenzaron a estudiar el problema del espacio en 1985. Analizaron el comportamiento de los alumnos en distintas edades escolares en relación con distintos problemas geométricos y comprobaron que los problemas que se generan en relación con los contenidos geométricos están muy relacionados con el tamaño del espacio.

Se habla de micro-espacio cuando es necesario para trabajar en él utilizar un instrumento que aumente el tamaño real del objeto de estudio, por ejemplo un microscopio o una lupa. La posibilidad de manipulación es muy limitada.

El problema se refiere al meso-espacio cuando el alumno puede manipular el objeto y ese objeto no supera la mitad de la estatura del mismo individuo, que lo puede mover, manipular, trasladar, tener en sus manos.

Se dice que un problema está en un contexto del macro-espacio cuando el objeto está entre la mitad de su estatura y 50 ó 100 veces más grande que ésta. En este caso es el individuo quien da vueltas alrededor del objeto. La manipulación es mucho más limitada.

Llamamos cosmo-espacio al que excede 100 veces o más la estatura del individuo que estudia el problema.

La escuela ha limitado obsesivamente los problemas geométricos a los problemas del meso-espacio. Generalmente es una geometría limitada al aula, al banco y sobre todo al cuaderno. El niño no tiene que moverse, ni trasladarse, es una geometría del papel y la tijera.

Hoy se comprende que sería más fácil para el alumno adquirir las nociones de ángulo, por ejemplo, realizando acciones en el macroespacio.

## Habilidades básicas.

La enseñanza de la geometría debe orientarse al desarrollo de habilidades específicas: visuales, verbales, de dibujo, lógicas y de aplicación.

**Habilidades visuales.** Cuando nos referimos a la visualización, siempre hablamos de una percepción con conceptualización. El desarrollo de habilidades visuales es de la mayor importancia para el estudio del espacio.

A continuación describimos habilidades relacionadas con la visualización.

- ♦ Coordinación visomotora: es la habilidad para coordinar la visión con el movimiento del cuerpo.
- ♦ Percepción figura-fondo: el niño debe identificar aquello que permanece invariable (forma, tamaño, posición).
- ♦ Percepción de la posición: el niño debe ser capaz de establecer relaciones entre dos objetos.
- ♦ Discriminación visual: significa poder comparar dos imágenes muy similares y encontrar las diferencias.
- ♦ Memoria visual: es la habilidad de recordar un objeto que no permanece a la vista y relacionar o representar sus características.

**Habilidades verbales (o de comunicación).**

Éstas son 3:

- ♦ Leer.
- ♦ Interpretar.
- ♦ Comunicar.

Y una muy asociada a la interpretación, que es la traducción. En matemática nos manejamos con un lenguaje paralelo; un vocabulario específico que cuando se lee y se interpreta implica una necesaria traducción. Estas tres habilidades se pueden manifestar en forma escrita o verbal. Como actividad se puede proponer construir un cuerpo a partir de instrucciones dadas o, a la inversa, redactar un mensaje para que otro elabore o construya una figura determinada.

## Habilidades de dibujo.

### Son de 3 tipos:

- ♦ Las de representación. Consisten en representar figuras con diferentes materiales (por ejemplo, representar un paralelogramo con varillas de distintas longitudes);
- ♦ De reproducción. A partir de modelos dados, los alumnos deben hacer copias en iguales o distintos tamaños;
- ♦ De construcción, sobre la base de pautas o datos dados en forma oral, escrita o gráfica, obtener una figura geométrica.

## Habilidades lógicas (o "de pensamiento").

Se refieren a niños de 6º año en adelante.

Una de las habilidades es la de extraer propiedades de las figuras. Otra más complicada es analizar un razonamiento deductivo.

En relación a estas habilidades de tipo lógico hay una teoría que en los últimos años se ha tornado muy importante: el Modelo de desarrollo del pensamiento geométrico de Dina y Pierre Van Hiele. Luego de estudiar muchos casos, en 1957 llegaron a la conclusión de que había 5 etapas en el desarrollo del pensamiento geométrico: reconocimiento, análisis, ordenamiento, deducción y rigor.

La etapa de reconocimiento es la etapa en la cual las figuras son totales y estáticas. El alumno reconoce un cuadrado o un rectángulo pero no ve en ellos ninguna propiedad que los identifique como tales. Aparece habitualmente a los 5 ó 6 años.

La etapa del análisis corresponde a la etapa en la cual los niños encuentran propiedades en las figuras. Hacen una descripción de la figura y no pueden dar una definición. La etapa del ordenamiento se da cuando los niños pueden hacer relaciones de inclusión y aceptar definiciones geométricas.

La etapa de las deducciones aparece cuando los alumnos llegan a tener pensamiento lógico-formal, y eso ocurre cada vez más tardíamente, con seguridad después de la escuela primaria.

Para caracterizar el Modelo, podemos decir que sus autores descubrieron aspectos importantes.

- ♦ Que es secuencial: para ingresar en un estadio hay que tener acabado el anterior;
- ♦ Que el éxito o fracaso en una tarea no depende tanto de la edad; no hay una cronología exacta y la evolución varía con los contenidos que se trabajen y los métodos que se utilicen.
- ♦ Que cada etapa necesita y usa determinados símbolos geométricos. Hay algunos que se pueden apropiarse en una etapa y no en otras.
- ♦ La transferencia no es inmediata. Los alumnos pueden estar en más de una etapa, dependiendo del contenido que se trabaje. No es lo mismo trabajar con cuerpos en 3 dimensiones que con figuras en 2 dimensiones. Un alumno puede estar en un estadio para un contenido y en otro para otro.

Todos estos datos son útiles en el momento de organizar las actividades, para saber cuáles pueden ser las limitaciones para el trabajo. Las limitaciones tienen que ver con el tipo de tarea que se le pide al alumno, que puede ser que reconozca una figura, que extraiga propiedades de una figura o que establezca relaciones entre dos o más figuras.

\* Gustavo Zorzoli es autor de "Lápiz y papel-Matemáticas" y coautor del texto para los alumnos de Primero "El Ratón Preguntón".